

Triplete de Ca II como calibrador de los parámetros atmosféricos T_{eff} , $\text{Log}(g)$, $[\text{Fe}/\text{H}]$

(Ca II triplet of calibrator of atmospheric parameters T_{eff} , $\text{Log}(g)$, $[\text{Fe}/\text{H}]$)

Molina, Ramón

Laboratorio de Investigación en Física Aplicada y Computacional
Decanato de Investigación, Universidad Nacional Experimental del Táchira
San Cristóbal, estado Táchira, República Bolivariana de Venezuela
Correo electrónico: rmolina@unet.edu.ve

RESUMEN

En el presente trabajo se analizó espectroscópicamente una muestra de 84 estrellas cuyos tipos espectrales se encuentran entre B8 y K6, y sus clases de luminosidades son III y V, respectivamente. Los espectros estelares de la muestra identificada han sido tomados de la librería de Valdés *et al.* (2004). A partir de los anchos equivalentes (EW) de las líneas de NaID (5889-95 Å), H α (6562 Å) y las líneas del triplete del Ca II (8498 Å, 8542 Å, 8662 Å), se re-calculó los parámetros atmosféricos estelares (T_{eff} , $\text{Log}(g)$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$), usando una fuente homogénea de parámetros atmosféricos tomada de Prugniel y Soubiran (2004). El método usado en el análisis permite determinar con precisión los parámetros atmosféricos para las dos clases de luminosidades en estudio. Concluimos que el triplete de Ca II presenta sensibilidad a la temperatura efectiva y a la metalicidad y, muy poca dependencia a la gravedad superficial en la muestra total de estrellas.

Palabras Clave: Parámetros atmosféricos estelares - T_{eff} , $\text{Log}(g)$, $[\text{Fe}/\text{H}]$.

ABSTRACT

In this paper a sample of 84 stars were analyzed spectroscopically, whose spectral types are between B8 and K6, and luminosity classes III and V, respectively. The stellar spectra of the sample identified have been taken from the library of Valdés *et al.* (2004). From the equivalent widths (EW) of lines of Na ID (5889-95 Å), H α (6562 Å) and triplet lines of Ca II (8498 Å, 8542 Å, 8662 Å), is re-calculated atmospheric parameters stellar (T_{eff} , $\text{Log}(g)$ and $[\text{Fe}/\text{H}]$) using a homogeneous source of atmospheric parameters taken from Prugniel and Soubiran (2004). The method used in the analysis allows determining precisely the atmospheric parameters for the two luminosity classes under study. We conclude that the Ca II triplet shows sensitivity to effective temperature and metallicity and it has a slight dependence on surface gravity in the total sample of stars.

Key Words: Stellar atmospheric parameters - T_{eff} , $\text{Log}(g)$, $[\text{Fe}/\text{H}]$

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se han realizados diversos trabajos para obtener, de manera empírica, los parámetros atmosféricos estelares a partir de estudios fotométricos (Di Benedetto 1998, Alonso *et al.* 1999), así como también a través de fuentes provenientes de espectros estelares (Jones *et al.* 1984, Carter *et al.* 1986, Alloin y Bica 1989, Díaz *et al.* 1989, Zhou 1991, Mallik 1994, 1997, Katz *et al.* 1998, Soubiran *et al.* 1998, Molina y Stock 2004). Desde el punto de vista espectroscópico, las líneas del triplete del CaII (8498 Å, 8542 Å, 8662 Å), son las características más importantes del espectro IR de la mayoría de las estrellas. Varios estudios detallados realizados por Cenarro *et al.* (2001a, 2001b, 2002) que involucra dicha característica espectral, revelan su dependencia con los parámetros fundamentales y donde las funciones obtenidas de sus respectivas calibraciones fueron implementadas en modelos de síntesis de poblaciones estelares (Vazdekis *et al.* 2003). Recientemente, Battaglia *et al.* (2007) usando espectros de baja resolución analizaron la dependencia del triplete de CaII con la metalicidad correlacionando los anchos equivalentes (EW) de 129 estrellas del brazo rojo de las gigantes en dos galaxias esferoidales enanas (Sculptor y Fornax Dsphs), con datos provenientes de la literatura. Dichos autores calibran la relación $\text{CaT} - [\text{Fe}/\text{H}]$ sobre cúmulos globulares y concluyen que ésta puede ser aplicada en estrellas del brazo rojo de las gigantes en poblaciones estelares dentro del rango de $-2.5 < [\text{Fe}/\text{H}] < -0.5$ dex.

El objetivo de este trabajo, es la de derivar un conjunto de relaciones funcionales que permita determinar de manera precisa los parámetros atmosféricos estelares (T_{eff} , $\text{Log}(g)$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$). Para este propósito, se ha empleado un mayor rango en tipos espectrales (B8 - K6) y una muestra homogénea de que contiene 65 estrellas enanas y 19 estrellas gigantes, del total de la muestra en estudio. Esta fue obtenida a partir de la base de datos de Prugniel y Soubiran (2004). El

método utilizado para el análisis fue el empleado por Stock y Stock (1999), salvo que aquí se dispuso de un mayor rango en el tipo espectral como en la clase de luminosidad, puesto que en trabajo previo (Molina y Stock 2004), el análisis estuvo limitado solamente al estudio de estrellas gigantes con tipo espectral K y M.

2. Muestra Estelar

Los espectros estelares utilizado en este estudio, se obtuvieron de la base de datos de Valdés *et al.* (2004). Los parámetros atmosféricos presentes en dicha fuente para cada una de las estrellas provienen de la recopilación de diferentes autores, con diferentes escalas en su determinación. No obstante, debido a las inhomogeneidades en dichos parámetros atmosféricos, los resultados obtenidos por dichos autores, al parecer, son poco satisfactorios.

Con el fin de obtener un mejor resultado, se utilizó la fuente de Prugniel y Soubiran (2004), cuyos objetos estelares poseen coincidencia en 65 estrellas enanas con tipos espectrales B8 – K6 y, 19 estrellas gigantes con tipos espectrales B9 – K2 (Tabla 1), con respecto a la muestra total. Aún cuando el número de estrellas coincidentes es muy reducido, es posible obtener una precisión aceptable en la estimación de los parámetros atmosféricos estelares, dentro del rango seleccionado. En la tabla 1, se muestran los rangos de los parámetros atmosféricos utilizados en este trabajo.

En la figura 1, se muestra el comportamiento para el total de estrellas identificadas en la fuente de Prugniel y Soubiran (2004), a través de la relación $\text{Log}(g)$ vs T_{eff} . Por otro lado, en este trabajo se estudiarán por separado las estrellas enanas y las estrellas gigantes, identificadas en la muestra (Tabla 2). En dicha tabla, además del nombre del objeto, se indica el tipo espectral, los anchos equivalentes medidos de las líneas de absorción (las líneas de Ca II han sido corregidas por contaminación del hidrógeno) y los parámetros atmosféricos estelares identificados en la fuente de Prugniel y Soubiran (2004).

Tabla 1. Parámetros atmosféricos estelares usados en el presente trabajo.

Número de estrellas N	Tipo Espectral	Rango de Temperatura Efectiva (K)	Rango de Gravedad Superficial (dex)	Rango de Metalicidad (dex)
65	B8V – K6V	11602 - 3919	2.63 – 4.63	(-2.21)-(+0.64)
19	B9III–K2III	12461 - 4428	1.69 – 4.48	(-1.47)-(+0.51)

Tabla 2. Objetos estelares, tipos espectrales, anchos equivalentes y parámetros atmosféricos de la muestra utilizada en este trabajo.

Nombre HD	Tipo Espectral	Eqw NaID (Å)	Eqw H α (Å)	Eqw CaII1 (Å)	Eqw CaII2 (Å)	Eqw CaII3 (Å)	Eqw CaIIT (Å)	T _{eff} (K)	Log g (dex)	[Fe/H] (dex)
358	B8 V	0.3	4.2	1.2	1.6	2.5	5.3	11602	4.13	0.24
79469	B9 V	0.2	5.7	1.0	1.5	2.8	5.3	10067	3.86	-0.50
220825	A0 V	0.2	6.0	0.8	1.4	2.9	5.1	9459	3.39	0.44
97633	A2 V	0.3	5.7	1.1	2.1	3.5	6.7	9056	3.22	-0.23
11636	A5 V	0.7	5.7	1.4	2.3	3.1	6.8	8268	3.95	0.07
78362	A5 V	1.0	5.1	1.3	1.9	2.2	5.4	6697	3.42	0.64
33256	F2 V	0.6	3.2	1.0	2.3	1.7	5.0	6224	3.97	-0.33
91752	F2 V	0.5	3.7	0.9	2.4	1.9	5.2	6324	3.90	-0.12
128167	F2 V	0.5	3.9	0.8	1.9	1.7	4.4	6439	4.08	-0.38
164259	F2 V	0.7	4.2	1.0	2.4	2.3	5.7	7029	4.31	-0.23
13555	F5 V	0.7	3.2	1.2	2.6	2.3	6.1	6195	3.86	-0.27
33608	F5 V	1.1	3.4	1.5	3.1	2.5	7.1	6364	3.96	0.12
87147	F5 V	0.5	3.4	1.2	2.8	2.3	6.3	6213	3.85	-0.04
94028	F5 V	0.5	3.0	0.7	1.8	1.5	4.0	5957	4.35	-1.39
106516	F5 V	0.7	3.1	0.8	2.1	1.7	4.6	6116	4.23	-0.70
134083	F5 V	0.6	3.7	1.0	2.6	2.1	5.7	6745	4.36	-0.09
4813	F6 V	0.9	3.1	1.1	2.7	1.9	5.7	6042	4.08	-0.18
43318	F6 V	0.5	3.4	1.2	2.7	2.4	6.3	6086	3.79	-0.17
89744	F6 V	0.8	3.4	1.1	3.0	2.2	6.3	6067	3.83	0.11
124850	F6 V	0.6	2.9	1.1	2.7	2.1	5.9	6136	3.85	-0.16
142860	F6 V	0.7	3.3	0.7	2.3	1.7	4.7	6133	4.00	-0.22
173667	F6 V	0.6	3.4	0.9	2.4	1.8	5.1	6299	3.96	-0.07
194598	F6 V	0.4	3.0	0.8	2.0	1.7	4.5	5955	4.33	-1.08
207978	F6 V	1.9	2.7	1.5	2.8	2.8	7.1	6213	4.06	-0.52
215648	F6 V	0.6	3.3	1.0	2.5	2.1	5.6	6252	3.90	-0.33
5015	F8 V	1.0	2.7	0.9	2.6	1.9	5.4	5949	3.91	-0.02
6755	F8 V	0.4	1.8	0.5	1.6	1.8	3.9	5087	2.63	-1.60
6920	F8 V	0.9	2.5	1.3	3.0	2.6	6.9	5910	3.70	-0.11
19994	F8 V	1.1	2.7	1.2	3.0	2.2	6.4	5982	3.92	0.09
22484	F8 V	0.9	2.6	0.9	2.6	1.9	5.4	5892	3.90	-0.12
30562	F8 V	1.2	2.7	1.5	3.3	2.8	7.6	5791	3.94	0.17
43947	F8 V	1.0	2.5	1.0	2.5	2.1	5.6	5932	4.18	-0.32
70110	F8 V	1.3	2.8	1.2	2.9	2.3	6.4	5828	3.81	0.03
107213	F8 V	1.0	3.1	1.4	3.1	2.0	6.5	6076	3.89	0.14
108954	F8 V	0.9	2.9	0.9	2.7	2.1	5.7	5918	4.17	-0.17
114762	F8 V	0.7	2.8	0.7	2.0	1.6	4.3	5873	4.12	-0.67
115383	F8 V	1.2	2.8	1.1	2.9	2.3	6.3	5940	4.10	0.09
159307	F8 V	0.7	3.2	0.8	2.1	2.2	5.1	6154	4.07	-0.53
174912	F8 V	1.0	2.9	1.0	2.5	2.2	5.7	5884	4.24	-0.45
222368	F8 V	0.8	3.3	0.9	2.5	2.0	5.4	6050	3.91	-0.18
22879	F8 V	0.5	2.7	0.9	2.3	2.0	5.2	5862	4.19	-0.81
4307	G0 V	1.0	2.3	1.3	2.9	2.5	6.7	5745	3.85	-0.29
15335	G0 V	0.7	2.6	0.9	3.0	2.6	6.5	5803	3.84	-0.25
29645	G0 V	0.9	2.8	1.5	3.3	2.7	7.5	5917	3.92	0.07
41330	G0 V	1.0	2.8	1.3	3.0	2.4	6.7	5801	4.01	-0.22
55575	G0 V	0.7	2.8	1.3	2.8	2.2	6.3	5859	4.15	-0.36
95128	G0 V	1.4	2.8	1.3	3.3	2.6	7.2	5811	4.11	-0.03
160693	G0 V	1.0	2.6	1.2	2.7	2.2	6.1	5754	4.15	-0.51
165401	G0 V	1.2	2.7	1.1	2.3	2.0	5.4	5719	4.28	-0.49
201099	G0 V	0.6	2.9	0.9	2.3	1.8	5.0	5866	3.99	-0.47
210752	G0 V	0.8	2.8	1.1	2.5	2.1	5.7	5901	4.18	-0.64
10307	G2 V	1.4	2.4	1.4	3.2	2.6	7.2	5783	4.13	-0.03

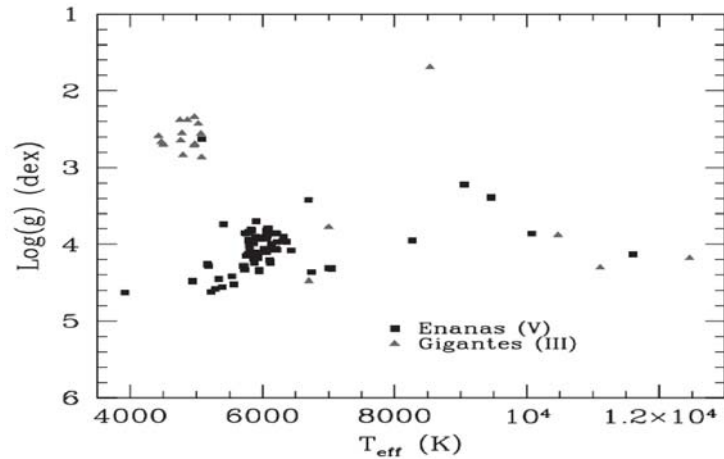


Figura 1. Diagrama Luminosidad vs. Temperatura para un conjunto de estrellas enanas y gigantes utilizadas como calibradoras en el presente trabajo. Los cuadrados rellenos representan a las estrellas enanas mientras que los triángulos rellenos a las estrellas gigantes.

MÉTODO

3.1 Medida de los anchos equivalentes

Los anchos equivalentes de las líneas de NaID (5889-95 Å), H α (6562 Å) y el triplete del Ca II (8498 Å, 8542 Å, 8662 Å), se obtuvieron siguiendo los mismos criterios utilizados en trabajos previos llevados a cabo por Molina y Stock (2004) y Molina *et al.* (2006). La presencia de estrellas de tipo espectral temprano que aparece en la muestra bajo estudio, hace que las líneas de H de la serie de Parchen (P) se encuentren mezcladas con las líneas del triplete de Ca II en estrellas con tipos espectrales F y G (Cenarro *et al.* 2001a). Con el fin de corregir esta situación, se miden los anchos equivalentes de las líneas de Parchen P17 (8467 Å), P14 (8598 Å), P12 (8750 Å) y, bajo un procedimiento similar al realizado por Cenarro *et al.* (2001a), se elimina la contribución del hidrógeno sobre las líneas individuales del triplete de Ca II.

El procedimiento mencionado arriba, permite correlacionar los anchos equivalentes de las líneas individuales Ca II1 (8498 Å), Ca II2 (8542 Å) y Ca II3 (8662 Å) con los anchos equivalentes de las líneas de Parchen P17, P14 y P12 para 22 estrellas con $T_{\text{eff}} > 10000$ K. De esta manera, se construyen los nuevos anchos equivalentes de las líneas individuales del triplete de CaII, de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\text{CaII1} = \text{Ca1} - (1.54 \pm 0.05) \text{P17} \quad (1)$$

$$\text{CaII2} = \text{Ca2} - (0.76 \pm 0.01) \text{P14} \quad (2)$$

$$\text{CaII3} = \text{Ca3} - (0.86 \pm 0.01) \text{P12} \quad (3)$$

Por lo tanto, el ancho equivalente total corregido (Ca IIT) para el triplete de Ca II se obtiene a partir de las sumas de los anchos equivalentes de las líneas individuales de Ca II,

$$\text{Ca IIT} = \text{Ca II1} + \text{Ca II2} + \text{Ca II3} \quad (4)$$

En la figura 2 se observa la correlación del ancho equivalente total de Ca IIT con la temperatura efectiva para la muestra usada en la calibración.

3.2 Ajuste de los polinomios

Los parámetros atmosféricos estelares (T_{eff} , Log (g) y [Fe/H]) se determinan ajustando una serie de polinomios cuyas variables independientes corresponden a los anchos equivalentes de las líneas de absorción de Na ID, H α , Ca II1, Ca II2, Ca II3 y Ca IIT. Posteriormente, se analiza la dependencia de los anchos equivalentes con los parámetros atmosféricos, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Se estudia por separado la dependencia del ancho equivalente total de Ca IIT con los parámetros atmosféricos,
- Se realizan combinaciones en los distintos ajustes con variables individuales o entre dos y tres variables independientes y,
- Estas combinaciones solo se aplicarán en aquellas variables con una dependencia real con los parámetros atmosféricos.

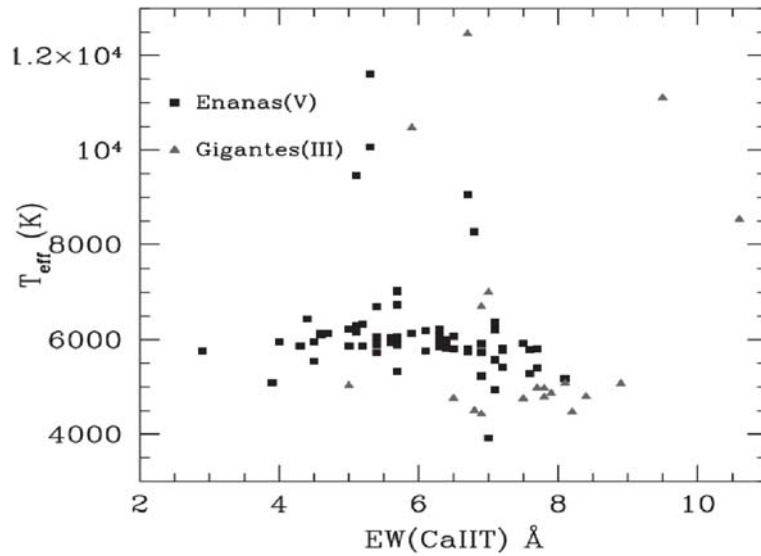


Figura 2. Relación entre la temperatura efectiva y los anchos equivalentes del triplete total de Ca IIT para ambos tipos de estrellas (enanas y gigantes). Las primeras se representan mediante cuadrados rellenos y las segundas con triángulos rellenos.

La representación matemática de los ajustes lineales generales tiene la forma siguiente:

$$V = a_{00} + a_{01} X + a_{02} Y + a_{03} Z, \quad (5)$$

donde a_{ij} representan las constantes o los coeficientes a determinar, mientras que X, Y y Z corresponden a las variables independientes.

Para la determinación de las mejores constantes, se emplea un algoritmo que utiliza mínimos cuadrados. Dicho algoritmo realiza un ajuste inicial y descarta valores cuyos residuos estén por encima de 2.5 res, donde res, es el residuo de la data. El error de cada constante se calcula a partir de

$$\sigma_{\text{aij}}^2 = \sigma^2 S(i, j). \quad (6)$$

Aquí S(i, j) corresponde a la matriz diagonal y σ^2 es el error cuadrático medio.

En la figura 3 se representa la dependencia de los anchos equivalentes de la línea de Balmer H α con la temperatura efectiva para la muestra de estrellas enanas y gigantes. En dicha figura, se observa una evidente separación de la muestra para dos rangos de temperaturas: uno ubicado entre 4000 – 8000 K y el otro entre 8000 – 12000 K.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Temperatura efectiva

En esta sección se hace un análisis del comportamiento de los anchos equivalentes de las líneas de NaID, H α , Ca II1, Ca II2, Ca II3 y Ca IIT como función de la temperatura efectiva.

4.1.1 El triplete total del Ca IIT como indicador de la temperatura efectiva

De acuerdo a la relación entre el ancho equivalente total corregido (Ca IIT) y la temperatura efectiva, se observa una ligera dependencia entre ambos parámetros (tanto para las estrellas enanas como en las estrellas gigantes), en particular, para los rangos de $T_{\text{eff}} > 8000$ K y $T_{\text{eff}} < 8000$ K. Esta dependencia puede ser observada en la Figura 4. En ambas muestras, el número de estrellas para $T_{\text{eff}} > 8000$ K es muy reducido y presentan una mayor dispersión, es decir, para las estrellas enanas su valor es de 784 K y en las estrellas gigantes de 1208 K. En cuanto al rango de $T_{\text{eff}} < 8000$ K, la desviación estándar en las estrellas enanas alcanza un valor de 260 K y en las estrellas gigantes es de 213 K, respectivamente.

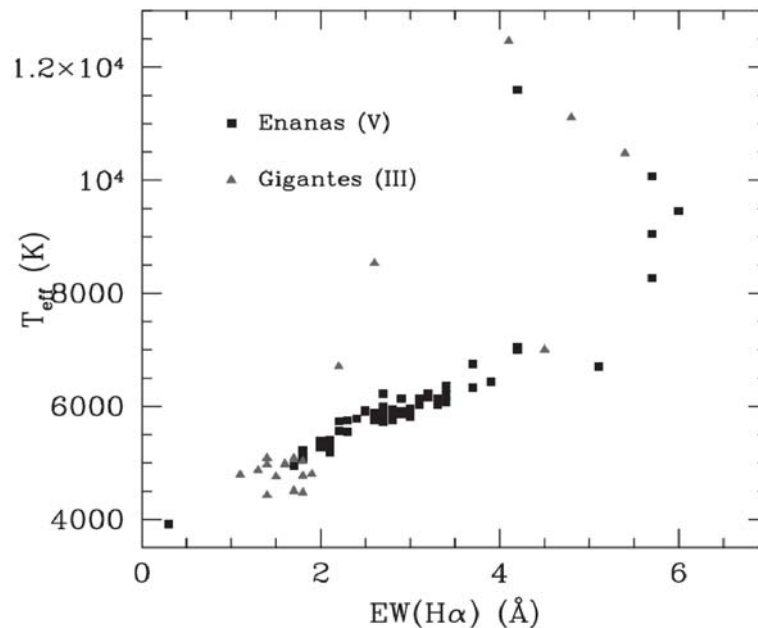


Figura 3. Relación entre la temperatura efectiva y el ancho equivalente de la línea de Balmer $H\alpha$. Los símbolos que representan a las estrellas enanas y gigantes son similares a los expresados en las figuras 1 y 2.

En la figura 4, se observa que las estrellas enanas y gigantes representadas con cuadrados abiertos corresponden a las estrellas que poseen residuos mayores a 1σ . Por ejemplo, para el rango de $T_{\text{eff}} < 8000$ K, un grupo de 6 estrellas enanas (HD 6755; HD 166620; HD 134083; HD 164259; HD 78362; HD 88230) quedan fuera de la incertidumbre calculada, mientras que para las estrellas gigantes quedan fuera un total de 2 estrellas (HD 2628; HD 111812). Estas dos últimas estrellas gigantes se puede ver representadas en la figura 1 dentro del rango de las estrellas enanas, lo cual pudiera ser un indicativo de que los valores de sus temperaturas efectivas y gravedades superficiales no han sido determinados satisfactoriamente, o en su defecto, ambos objetos han sido mal clasificados.

4.1.2 Combinaciones entre una o mas variables independientes

En esta sección se analizan las líneas individuales restantes (Na ID, $H\alpha$, Ca II1, Ca II2, Ca II3) como función de la temperatura efectiva. En la figura 5 se muestra la relación de la temperatura efectiva con respecto al ancho equivalente de la línea de Balmer $H\alpha$ para las estrellas enanas (panel superior) y gigantes (panel inferior). Las líneas rectas representan los mejores ajustes aplicados para ambas muestras. Los símbolos que representan a las estrellas enanas y gigantes son similares

a lo expresado en la figura 4.

Históricamente, la línea de Balmer $H\alpha$ ha sido utilizada como un indicador de la temperatura efectiva y la gravedad, así como también como una guía para la clasificación espectral, según el Sistema MK (Morgan y Keenann). En este sentido, se observa del ajuste aplicado para las estrellas enanas, que la temperatura efectiva puede ser recuperada con gran precisión (una desviación estándar de 135 K) para la mayoría de la estrellas enanas, excepto para HD 207978 (3σ) y 78362 (6σ). En cuanto a las estrellas gigantes, la determinación de su temperatura efectiva no alcanza la precisión conseguida (como se hizo para las estrellas enanas), puesto que la desviación estándar es muy grande (265 K).

Como complemento en las tablas 3 y 4 se muestran los distintos ajustes aplicados para dos rangos de temperatura efectiva (> 8000 K y < 8000 K), utilizando una variable independiente en la que se incluyen las líneas individuales de NaID, $H\alpha$ y Ca II y el triplete total de Ca IIT en estrellas enanas (Tabla 3) y gigantes (Tabla 4). Dichas tablas contienen las características espectrales utilizadas en los ajustes, el número de estrellas que entra (aquellas estrellas que poseen residuos menores a 1σ) o salen (aquellas estrellas que poseen residuos mayores a 1σ), los coeficientes o las constantes del polinomio lineal con sus respectivas incertidumbres (a_{01} y a_{02}) y la desviación estándar de cada ajuste.

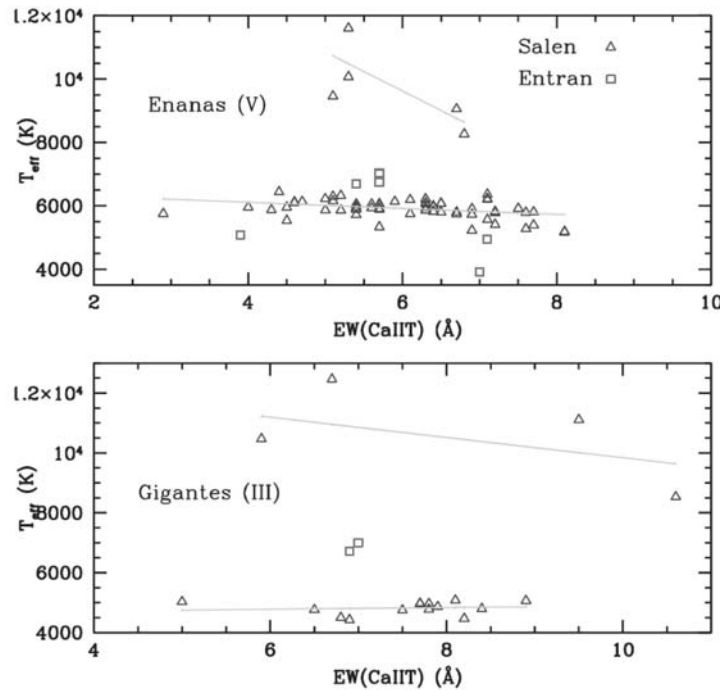


Figura 4. Relación entre la temperatura efectiva y el ancho equivalente del triplete total del Ca IIT. Las líneas rectas representan los ajustes lineales aplicados a la muestra de estrellas enanas y gigantes. Los triángulos abiertos representan las estrellas que sirven como calibradoras en los ajustes empleados, mientras que los cuadrados abiertos pertenecen a las estrellas que poseen una dispersión mayor a 1σ .

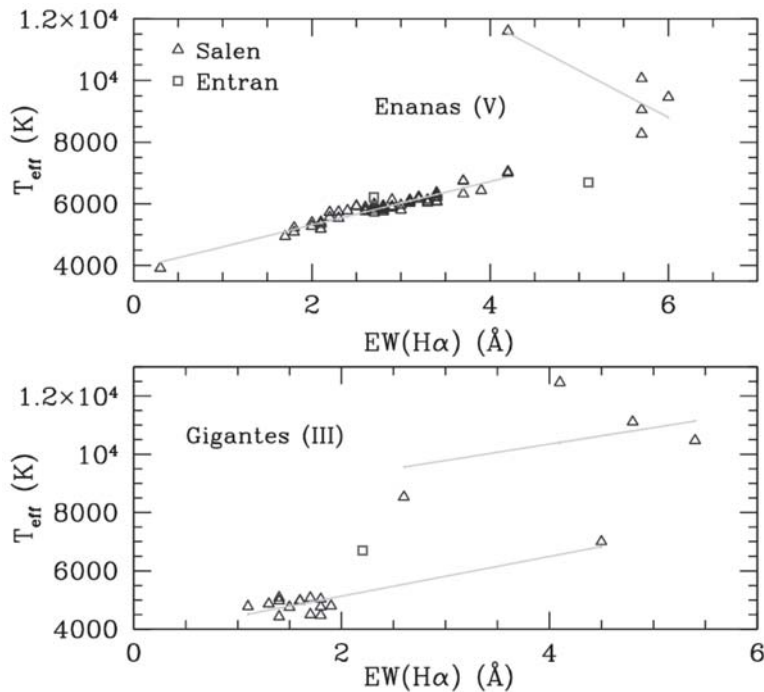


Figura 5. Representan la relación de la temperatura efectiva como función del ancho equivalente de la línea de Balmer $H\alpha$. Las líneas y los distintos símbolos que representan a las estrellas enanas y gigantes son similares a los expresados en la figura 4.

Tabla 3. Coeficientes de los polinomios con una variable independiente para la temperatura efectiva en estrellas enanas.

$T_{\text{eff}} > 8000 \text{ K}$					
Especie	Número entra	Número sale	Coeficientes de polinomios		
			$a_{01} \pm \sigma \text{ (K)}$	$a_{02} \pm \sigma \text{ (K)}$	$\sigma_{\text{total}} \text{ (K)}$
NaID	5	0	11049 ± 759	-3733 ± 1883	1000
H α	5	0	17909 ± 2059	-1517 ± 378	688
CaII1	5	0	11547 ± 2711	-1616 ± 2361	1210
CaII2	5	0	14217 ± 1614	-2470 ± 870	852
CaII3	5	0	17673 ± 2303	-2682 ± 771	756
CaIIT	5	0	17026 ± 2241	-1234 ± 376	784
$T_{\text{eff}} < 8000 \text{ K}$					
NaID	49	11	6218 ± 30	-293 ± 18	124
H α	58	2	3904 ± 62	706 ± 21	135
CaII1	54	6	6294 ± 109	-336 ± 93	262
CaII2	55	5	6634 ± 125	-261 ± 45	263
CaII3	49	11	6212 ± 139	-110 ± 62	202
CaIIT	54	6	6495 ± 130	-96 ± 21	260

Tabla 4. Coeficientes de los polinomios con una variable independiente para la temperatura efectiva en estrellas gigantes.

$T_{\text{eff}} > 8000 \text{ K}$					
Especie	Número entra	Número sale	Coeficientes de polinomios		
			$a_{01} \pm \sigma \text{ (K)}$	$a_{02} \pm \sigma \text{ (K)}$	$\sigma_{\text{total}} \text{ (K)}$
NaID	4	0	11500 ± 603	-1309 ± 590	871
H α	4	0	8081 ± 2829	567 ± 618	1251
CaII1	4	0	12537 ± 1502	1038 ± 787	1127
CaII2	4	0	12683 ± 1764	-823 ± 659	1149
CaII3	4	0	11773 ± 5969	-338 ± 1720	1407
CaIIT	4	0	13220 ± 2539	-338 ± 319	1208
$T_{\text{eff}} < 8000 \text{ K}$					
NaID	13	2	5255 ± 247	-250 ± 141	155
H α	14	1	3766 ± 124	680 ± 65	265
CaII1	13	2	4813 ± 802	8 ± 566	215
CaII2	13	2	5031 ± 798	-60 ± 234	213
CaII3	13	2	4295 ± 768	198 ± 283	198
CaIIT	13	2	4601 ± 982	30 ± 131	213

El grado de incertidumbre en la determinación de la temperatura efectiva, se puede mejorar combinando las líneas individuales entre sí, siempre y cuando se tome en cuenta los criterios establecidos en la sección 3.2. Estas combinaciones se llevaron a cabo en este trabajo y los valores obtenidos se muestran en las tablas 5, 6, 7 y 8. En dichas tablas, se representan las mejores las

combinaciones llevadas a cabo con dos y tres variables independientes, lo cual permitió derivar la temperatura efectiva para las estrellas enanas y gigantes. Las etiquetas (R1, R2 y R3) están enumeradas siguiendo el orden de la especie atómica señalada en las Tablas 3 y 4. Por ejemplo: NaID = 1, H α = 2, Ca II1 = 3, Ca II2 = 4, Ca II3 = 5 y Ca IIT = 6.

Tabla 5. Coeficientes de los polinomios con dos variables independientes en temperatura efectiva para las estrellas enanas.

R1	R2	$a_{00} \pm \sigma_{00}$ (K)	$a_{01} \pm \sigma_{01}$ (K)	$a_{02} \pm \sigma_{02}$ (K)	σ_{total} (K)	N_{entra}	N_{sale}
1	2	4117 ± 93	-44 ± 16	650 ± 25	131	58	2
1	3	6064 ± 87	-298 ± 21	154 ± 70	207	56	4
1	4	6402 ± 125	-282 ± 21	-69 ± 29	128	52	8
1	5	6054 ± 125	-289 ± 20	79 ± 50	208	56	4
1	6	6057 ± 126	-292 ± 21	29 ± 19	209	56	4
2	3	3845 ± 97	709 ± 22	58 ± 45	153	59	1
2	4	3819 ± 126	713 ± 23	24 ± 24	135	58	2
2	5	3617 ± 119	721 ± 22	117 ± 33	148	59	1
2	6	3743 ± 123	716 ± 22	25 ± 12	151	59	1
3	4	6652 ± 127	120 ± 129	-318 ± 76	263	55	5
3	5	6336 ± 155	-298 ± 138	-38 ± 86	262	54	6
4	5	6540 ± 132	-393 ± 78	205 ± 99	259	55	5

Tabla 6. Coeficientes de los polinomios con dos variables independientes en temperatura efectiva para las estrellas gigantes.

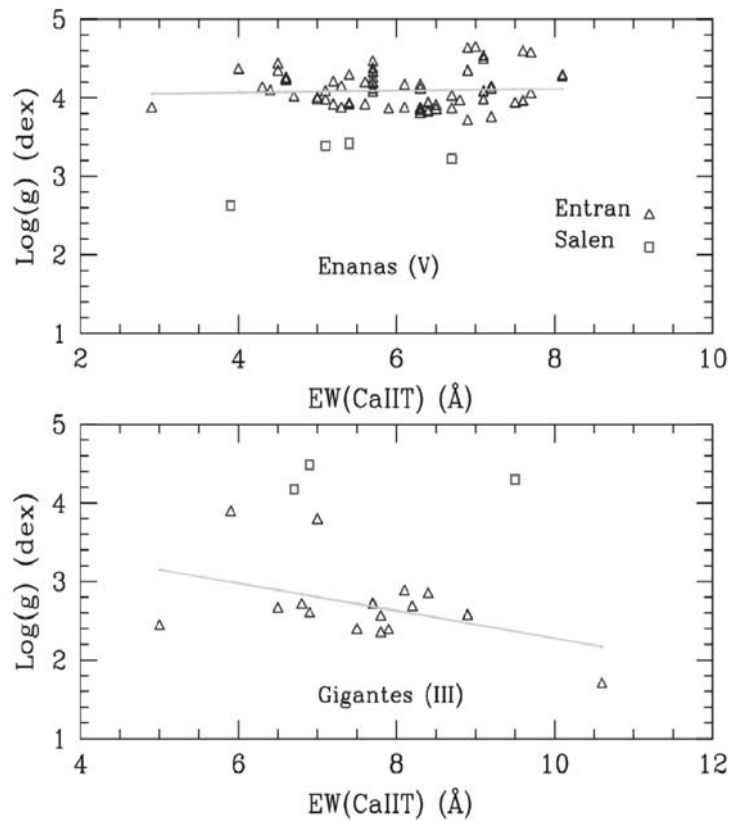
R1	R2	$a_{00} \pm \sigma_{00}$ (K)	$a_{01} \pm \sigma_{01}$ (K)	$a_{02} \pm \sigma_{02}$ (K)	σ_{total} (K)	N_{entra}	N_{sale}
1	2	4379 ± 196	-265 ± 72	581 ± 86	218	14	1
1	3	4734 ± 515	-333 ± 125	473 ± 457	128	14	1
1	4	4682 ± 762	-330 ± 190	206 ± 186	138	13	2
1	5	4681 ± 629	-260 ± 137	221 ± 216	123	13	2
1	6	4553 ± 764	-316 ± 155	108 ± 111	124	13	2
2	3	4030 ± 347	691 ± 66	-201 ± 312	265	14	1
2	4	3824 ± 528	676 ± 77	-15 ± 177	265	14	1
2	5	2847 ± 230	672 ± 44	363 ± 156	177	13	2
2	6	3345 ± 453	693 ± 66	53 ± 76	261	14	1
3	4	4944 ± 706	151 ± 486	-111 ± 268	212	13	2
3	5	4493 ± 885	-284 ± 643	273 ± 194	191	13	2
4	5	6025 ± 498	-1240 ± 170	1172 ± 225	330	13	2

Tabla 7. Coeficientes de los polinomios con tres variables independientes en temperatura efectiva para las estrellas enanas.

R1	R2	R3	$a_{00} \pm \sigma_{00}$ (K)	$a_{01} \pm \sigma_{01}$ (K)	$a_{02} \pm \sigma_{02}$ (K)	$a_{03} \pm \sigma_{03}$ (K)	σ_{total} (K)	N_e	N_s
1	2	3	4078±102	-51±18	648±25	46±44	130	58	2
1	2	4	3965±125	-59±17	649±24	62±25	128	58	2
1	2	5	3774±117	-52±17	661±27	152±34	143	59	1
1	2	6	3968±120	-58±17	649±24	28±11	128	58	2
2	3	4	3777±128	712±23	-188±78	118±46	132	58	2
2	4	5	3627±117	716±21	-103±62	173±47	146	59	1
3	4	5	6554±136	59±132	-413±91	194±103	259	55	5

Tabla 8. Coeficientes de los polinomios con tres variables independientes en temperatura efectiva para las estrellas gigantes.

R1	R2	R3	$a_{00} \pm \sigma_{00}$ (K)	$a_{01} \pm \sigma_{01}$ (K)	$a_{02} \pm \sigma_{02}$ (K)	$a_{03} \pm \sigma_{03}$ (K)	σ_{total} (K)	N_e	N_s
1	2	3	4114±286	-324±85	542±97	306±242	212	14	1
1	2	4	3500±406	-369±79	360±88	284±118	198	14	1
1	2	5	3554±263	-270±58	569±79	318±81	174	14	1
1	2	6	3497±332	-342±68	582±82	135±43	187	14	1
2	3	4	3724±534	750±102	-418±459	150±198	260	14	1
2	4	5	3233±219	700±37	-598±292	513±80	144	13	2
3	4	5	5692±498	740±357	-1346±219	1043±187	306	14	1

**Figura 6.** Relación entre los anchos equivalentes del triplete total de Ca IIT con la gravedad superficial para la muestra general de estrellas enanas y gigantes. Las líneas y los distintos símbolos que representan ambas muestras son similares a los empleados en la figura 4.

4.2 Gravedad Superficial

4.2.1 El triplete total de Ca IIT como indicador de la gravedad superficial

Con el fin de estudiar mejor las correlaciones entre la gravedad superficial y los anchos equivalentes, se emplea el triplete total de Ca IIT como un indicador de la luminosidad para las estrellas enanas y gigantes en la región IR, tal como lo señala Jones *et al.* 1984.

En la figura 6 se representa la relación entre la gravedad superficial y el ancho equivalente del triplete total de Ca IIT en estrellas enanas y gigantes. En el panel superior de la figura 6, se observa que el Ca IIT presenta muy poca sensibilidad en las estrellas enanas, mientras que para las estrellas gigantes (panel inferior), dicho indicador muestra una mayor dependencia pero con una gran dispersión ($\sigma = 0.42$ dex, siendo el dex una unidad logarítmica). Con esto se demuestra la poca sensibilidad que presenta esta característica espectral con la gravedad, tal como lo señala Idiart *et al.* 1997.

4.1.2 Combinaciones entre una o mas variables independientes

En la determinación de la gravedad superficial se emplean los anchos equivalentes de las líneas de NaID, H α , Ca II1, Ca II2 y Ca II3 para las estrellas enanas y gigantes medidas en este estudio. Un ajuste lineal conllevaría a la recuperación de la gravedad superficial para ambas muestras (tabla 9). En la tabla 9, se representan los coeficientes o las constantes de los polinomios empleados para la determinación de la gravedad superficial en estrellas enanas y gigantes para aquellas líneas que presentan una fuerte dependencia con la gravedad.

En la tabla 9 se observa que la gravedad superficial de las estrellas enanas analizadas, presenta una fuerte dependencia solo con las líneas de NaID y H α , de manera que una combinación entre ambas variables conduce a la obtención de una relación funcional de la siguiente forma:

$$\text{Log}(g) = (4.34 \pm 0.09) + (0.06 \pm 0.02) * \text{EW}(\text{NaID}) + (-0.11 \pm 0.02) * \text{EW}(\text{Ha}), \quad (7)$$

en donde la dispersión alcanzada por este ajuste es de $s_{12} = 0.21$ dex.

Por el contrario, en el caso de las estrellas gigantes en donde se observa una fuerte dependencia entre las líneas Ha y Ca II2, se encuentra que la gravedad superficial puede ser recuperada a partir de la siguiente relación:

$$\text{Log}(g) = (1.12 \pm 0.26) + (0.46 \pm 0.04) * \text{EW}(\text{Ha}) + (0.22 \pm 0.06) * \text{EW}(\text{Ca II2}), \quad (8)$$

y se alcanza una dispersión de $s_{24} = 0.14$ dex.

4.3 Metalicidad

4.3.1 El triplete total de Ca IIT como indicador de la metalicidad

En esta sección se analiza la dependencia de la metalicidad (la cual se define como la diferencia logarítmica entre la abundancia relativa de hierro de una estrella en estudio y la abundancia relativa de hierro de una estrella estándar o patrón como el Sol) de las estrellas enanas y gigantes con los anchos equivalentes del triplete total del Ca IIT. Esta dependencia ya había sido observada en trabajos previos desarrollado por Díaz *et al.* (1989) y Cenarro *et al.* (2002). La relación entre el triplete total de Ca IIT y la metalicidad puede ser observada en la figura 7.

Se observa de la figura 7 que el triplete total de Ca IIT presenta sensibilidad a la metalicidad en estrellas enanas. Un número importante de este tipo de estrellas salen de ajuste aplicado sobre todo aquellas estrellas pobres en metal ($[\text{Fe}/\text{H}] \leq -0.80$ dex), lo cual puede ser consecuencia de que la muestra ha sufrido calibraciones sucesivas. Por el contrario, la muestra de estrellas gigantes presenta una ligera dependencia a la metalicidad.

Tabla 9. Coeficientes de los polinomios con una variable independiente para la gravedad superficial en estrellas enanas y gigantes

Estrellas Enanas						
Especie	Número entra	Número sale	Coeficientes de polinomios			
			$a_{01} \pm \sigma$ (dex)	$a_{02} \pm \sigma$ (dex)	σ_{total} (dex)	
NaID	61	4	3.97 ± 0.02	0.10 ± 0.01	0.19	
H α	64	1	4.53 ± 0.06	-0.15 ± 0.02	0.22	
Estrellas Gigantes						
NaID	14	1	3.51 ± 0.18	-0.47 ± 0.11	0.46	
H α	11	4	2.04 ± 0.06	0.36 ± 0.03	0.15	
CaII1	12	3	3.31 ± 0.44	-0.41 ± 0.26	0.44	
CaII2	12	3	5.50 ± 0.46	-0.81 ± 0.08	0.25	
CaII3	13	2	1.26 ± 0.49	0.57 ± 0.17	0.48	
CaIIT	12	3	4.03 ± 0.70	-0.18 ± 0.18	0.42	

Tabla 10. Coeficientes de los polinomios con una variable independiente para la metalicidad en estrellas enanas y gigantes.

ESTRELLAS ENANAS						
Especie	Número entra	Número sale	Coeficientes de polinomios			
			$a_{01} \pm \sigma$ (dex)	$a_{02} \pm \sigma$ (dex)	σ_{total} (dex)	
NaID	59	6	-0.24 ± 0.03	0.06 ± 0.02	0.27	
H α	59	6	-0.12 ± 0.08	-0.01 ± 0.03	0.28	
CaII1	54	11	-0.88 ± 0.07	0.65 ± 0.06	0.18	
CaII2	57	8	-1.42 ± 0.14	0.45 ± 0.05	0.18	
CaII3	59	6	-0.81 ± 0.13	0.28 ± 0.06	0.26	
CaIIT	55	10	-1.41 ± 0.13	0.21 ± 0.02	0.16	
ESTRELLAS GIGANTES						
NaID	14	1	-0.08 ± 0.10	0.00 ± 0.06	0.24	
H α	14	1	-0.29 ± 0.07	0.10 ± 0.03	0.20	
CaII1	14	1	-0.22 ± 0.18	0.10 ± 0.12	0.24	
CaII2	13	2	0.64 ± 0.18	-0.20 ± 0.05	0.17	
CaII3	14	1	-0.43 ± 0.26	0.13 ± 0.09	0.23	
CaIIT	14	1	0.11 ± 0.33	-0.02 ± 0.04	0.24	

Tabla 11. Coeficientes de los polinomios con dos variables independientes para el índice de metalicidad en estrellas enanas.

R1	R2	$a_{00} \pm \sigma_{00}$ (dex)	$a_{01} \pm \sigma_{01}$ (dex)	$a_{02} \pm \sigma_{02}$ (dex)	σ_{total} (dex)	N_e	N_s
3	4	-1.44 ± 0.11	-0.14 ± 0.11	0.52 ± 0.05	0.16	54	11
3	5	-1.00 ± 0.10	0.59 ± 0.07	0.08 ± 0.05	0.19	55	10
4	5	-1.42 ± 0.16	0.45 ± 0.06	0.01 ± 0.04	0.18	51	9

Tabla 12. Coeficientes de los polinomios con dos variables independientes para el índice de metalicidad en estrellas gigantes.

R1	R2	$a_{00} \pm \sigma_{00}$ (dex)	$a_{01} \pm \sigma_{01}$ (dex)	$a_{02} \pm \sigma_{02}$ (dex)	σ_{total} (dex)	N_e	N_s
3	4	0.39 ± 0.23	0.24 ± 0.11	-0.24 ± 0.07	0.20	14	1
3	5	-0.43 ± 0.27	0.02 ± 0.14	0.12 ± 0.11	0.23	14	1
4	5	0.22 ± 0.33	-0.18 ± 0.07	0.12 ± 0.08	0.21	14	1

4.3.2 Combinaciones entre una o mas variables independientes

Observando los resultados en la tabla 10, el índice de metalicidad en las estrellas enanas que son objeto de estudio en este trabajo, parece tener una alta sensibilidad para los anchos equivalentes de las líneas individuales del triplete de Ca II, en particular, para Ca II1 y Ca II2. Por el contrario, este índice es ligeramente moderado a los anchos equivalentes de la línea de Ca II3. El ajuste lineal

aplicado usando el triple de Ca IIT en la muestra de enanas, determina satisfactoriamente un índice de metalicidad dentro del rango de -0.72 a 0.43 dex. Fuera de éste rango, sus valores no son confiables.

En cuanto a las estrellas gigantes objeto de estudio en este trabajo, la sensibilidad del índice de metalicidad con el ancho equivalente para las líneas individuales de Ca II es bastante débil, salvo para a línea de Ca II2 cuya sensibilidad es mayor, respecto al total de las líneas medidas. En cuanto a la línea de NaID y la línea de

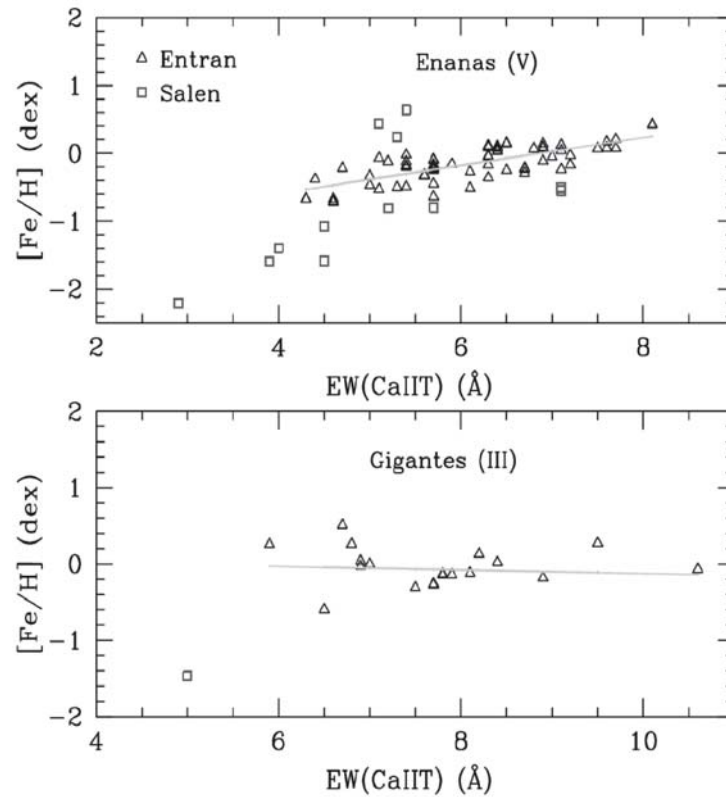


Figura 7. Relación entre los anchos equivalentes del triplete total de Ca IIT con el índice de metalicidad para la muestra general de estrellas enanas y gigantes. Las líneas y los distintos símbolos que representan ambas muestras son similares a los empleados en la figura 4.

Balmer $H\alpha$, su relación con el índice de metalicidad es prácticamente nula.

Para las estrellas enanas y gigantes las combinaciones que involucran dos o más variables se encuentran limitadas solamente a los anchos equivalentes de las líneas individuales de Ca II. Los valores de los coeficientes o constantes para los ajuste obtenidos a través del método aplicado se encuentran reflejados en las tablas 11 y 12, respectivamente.

Las combinaciones que involucran los anchos equivalentes de las tres líneas individuales de Ca II simultáneamente pueden ser escritas por separado, así para las estrellas enanas la relación funcional

$$[\text{Fe}/\text{H}] = (-1.40 \pm 0.14) + (-0.11 \pm 0.13) * \text{EW}(\text{Ca}$$

$$\text{II1}) + (0.52 \pm 0.05) * \text{EW}(\text{Ca II2}) + (-0.04 \pm 0.05) * \text{EW}(\text{Ca II3}). \quad (9)$$

La desviación estándar para recuperar la metalicidad en las enanas es del orden de $\sigma_{345} = 0.16$ dex. Por otra parte, para las estrellas gigantes la relación funcional posee la forma

$$[\text{Fe}/\text{H}] = (-3.51 \pm 0.44) + (0.45 \pm 0.07) * \text{EW}(\text{Ca II1}) + (-0.53 \pm 0.17) * \text{EW}(\text{Ca II2}) + (0.96 \pm 0.15) * \text{EW}(\text{Ca II3}). \quad (10)$$

La desviación estándar con la que se recupera la metalicidad en las estrellas gigantes es del orden de $\sigma_{345} = 0.23$ dex.

CONCLUSIONES

Se analizó por separado la muestra de estrellas enanas y gigantes, con la finalidad de observar la sensibilidad de los anchos equivalentes de las líneas espectrales medidas, con los parámetros fundamentales (T_{eff} , $\text{Log}(g)$ y $[\text{Fe}/\text{H}]$). De esta manera, se estudió el comportamiento de las líneas individuales de Na ID, $\text{H}\alpha$, Ca II1, Ca II2 y Ca II3, así como también el triplete total de Ca IIT con el fin de investigar la dependencia de estas líneas con los parámetros atmosféricos estelares, tales como la temperatura efectiva (T_{eff}), gravedad superficial ($\text{Log}(g)$) y la abundancia de metal ($[\text{Fe}/\text{H}]$). Así tenemos:

1.- Temperatura efectiva. La dependencia con este parámetro físico se lleva a cabo dentro de dos rangos posibles de temperatura ($T_{\text{eff}} > 8000 \text{ K}$ $T_{\text{eff}} < 8000 \text{ K}$), debido al comportamiento de la muestra total con respecto al conjunto de características espectrales medidas.

a) $T_{\text{eff}} < 8000 \text{ K}$. Las líneas espectrales NaID y $\text{H}\alpha$, presentan mayor sensibilidad a este parámetro atmosférico. Las líneas individuales de Ca II (1 y 2) y el triplete total de Ca IIT presentan mayor dispersión para el grupo de estrellas e

nanas. Un comportamiento similar para el total de líneas espectrales estudiadas se presenta en el grupo de gigantes.

b) $T_{\text{eff}} > 8000 \text{ K}$. El número de estrellas enanas y gigantes es muy reducido y, la recuperación a través de los distintos ajustes para el total de líneas de absorción medidas no conlleva a resultados satisfactorios, ya que existe una gran dispersión entre los datos medidos. Este hecho, por supuesto, conduce a que los ajustes aplicados generen resultados con poca confiabilidad.

2.- Gravedad Superficial. La dependencia con la gravedad superficial se analizó para todo el rango de temperatura efectiva. En el caso de las estrellas enanas, solo los anchos equivalentes de las líneas de Na ID y $\text{H}\alpha$ son las que presentan una mayor dependencia a la gravedad superficial. Para las estrellas gigantes, todas las líneas individuales de Ca II presentan sensibilidad a la gravedad superficial, en particular la línea de Ca II2. De las líneas de Balmer, solo $\text{H}\alpha$ es la más sensible a la gravedad superficial en esta muestra de estrellas.

3.- Índice de metalicidad. para las estrellas enanas, el índice de metalicidad en estrellas enanas no parece tener dependencia con las líneas de Na ID y $\text{H}\alpha$. No obstante,

las líneas individuales de Ca II dependen fuertemente de este parámetro. En estrellas gigantes, se mantiene la independencia con la línea Na ID y sólo las líneas $\text{H}\alpha$, Ca II1, Ca II2 y Ca II3 presentan una ligera dependencia con dicho índice. En el caso del triplete total de Ca IIT, su mayor sensibilidad se observa solo en las estrellas enanas. No sucede lo mismo para la muestra de gigantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLOIN, D.; BICA, E. A comparative study of Na I and Ca II infrared lines in stars, star clusters and galaxy nuclei – an alternative to the dwarf-enriched population, *Astronomy and Astrophysics*. 217:57. 1989.
- ALONSO, A.; ARRIBAS, S.; MARTÍNEZ-ROGER, C. The effective temperature scale of giant stars (F0 – K5). II. Empirical calibration of T_{eff} versus colours and $[\text{Fe}/\text{H}]$, *Astronomy and Astrophysics Supplement*. 140:261. 1999.
- BATTAGLIA, G.; HELMI, A.; TOLSTOY, E.; IRWIN, M. Kinematic analysis of the Sculptor Dwarf spheroidal Galaxy, *ASP Conference Series*, 34:273. 2007.
- CARTER, D.; VISVANATHAN, N.; PICKELS, A. The dwarf star content of elliptical and lenticular galaxies, *Astrophysical Journal*. 311: 637. 1986.
- CENARRO, A.; CARDIEL, N.; GORGAS, J.; PELETIER, R.; VAZDEKIS, A.; PRADA, F. Empirical calibration of the near-infrared Ca II triplet. I. The stellar library and index definition, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 326:959. 2001a.
- CENARRO, A.; GORGAS, J.; CARDIEL, N.; PEDRAZ, S.; PELETIER, R.; VAZDEKIS, A. Empirical calibration of the near-infrared Ca II triplet. II. The stellar atmospheric parameters, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 326:981. 2001b.
- CENARRO, A.; GORGAS, J.; CARDIEL, N.; VAZDEKIS, A.; PELETIER, R. Empirical calibration of the near-infrared Ca II triplet. III. Fitting functions, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 329:863. 2002.
- DI BENEDETTO, G. Towards a fundamental calibration of stellar parameters of A, F, G, K dwarfs and giants, *Astronomy and Astrophysics*. 339:858. 1998.
- DÍAZ, A.; TERLEVICH, E.; TERLEVICH, R. Near-IR features in late type stars. Their relation with stellar atmosphere parameters, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 239:325. 1989.

- IDIART, T.; THEVENIN, F.; DE FREITAS PACHECO, J.; The infrared CaII triplet as a metallicity indicator of stellar populations, *Astronomical Journal*, 113:1066.1997.
- JONES, J.; ALLOIN, D.; JONES, B.; The infrared Ca II triplet. A luminosity indicator for stellar populations synthesis, *Astrophysical Journal*. 283:457.1984.
- KATZ, D.; SOUBIRAN, C.; CAYREL, R.; ADDA, M.; CAUTAIN, R. On-line determination of stellar atmospheric parameters T_{eff} , $\log g$, $[\text{Fe}/\text{H}]$ from ELODIE echelle spectra. I. The method, *Astronomy and Astrophysics*. 338: 151. 1998.
- MALLIK, S. The Ca II triplet lines in cool stars, *Astronomy and Astrophysics Supplement*. 103:279. 1994.
- MALLIK, S. The Ca II triplet lines as diagnostics of luminosity, metallicity and chromospheric activity in cool stars, *Astronomy and Astrophysics Supplement*. 124:359. 1997.
- MOLINA, R.; STOCK, J. Determination of stellar atmospheric parameters from the near-IR region, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*. 40: 181. 2004.
- MOLINA, R.; STOCK, J.; STOCK, J.; MARIN, Z.; VILLARREAL, L. Quantitative spectral classification. 20 análisis of K-M giants stars in the visible and near-IR region, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Serie de Conferencias*. 25: 105. 2006.
- PRUGNIEL, PH.; SOUBIRAN, C. New release of the ELODIE library, arXiv:astro-ph/0409214. 2004.
- SMITH, M. Microturbulence in A stars as derived from line profiles, *The Astrophysical Journal*. 182: 159. 1973.
- SOUBIRAN, C.; CAYREL, R.; PERRIN, R.; BIENAYME, O.; FRIEL, E.; COUPRY, M. A kinematical and chemical probe of the Galaxy, *Astrophysics and Space Science Library*. 212: 219. 2007.
- SOUBIRAN, C.; KATZ, D.; CAYREL, R. On-line determination of stellar atmospheric parameters T_{eff} , $\log g$, $[\text{Fe}/\text{H}]$ from ELODIE echelle spectra. II. The library of F5 to K7 stars, *Astronomy and Astrophysics Supplement*. 133: 221. 1998.
- STOCK, J.; STOCK, J. Quantitative Stellar Spectral Classification, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*. 35: 143. 1999.
- VALDÉS, F.; GRUPTA, R.; ROSE, J.; SINGH, H.; BELL, D. Indo-US library of Coude feed stellar spectra, *Astrophysical Journal Supplement Series*, 152:251. 2004.
- VAZDEKIS, A.; CENARRO, A.; GORGAS, J.; CARDIEL, N.; PELETIER, R. Empirical calibration of the near-infrared Ca II triplet. IV. The stellar populations synthesis models, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 340:1317. 2003.
- ZHOU, X. The near-IR Na I doublet and Ca II triplet in the late-type stars and the determination of the stellar atmosphere parameters, *Astronomy and Astrophysics*. 248: 367. 1991.